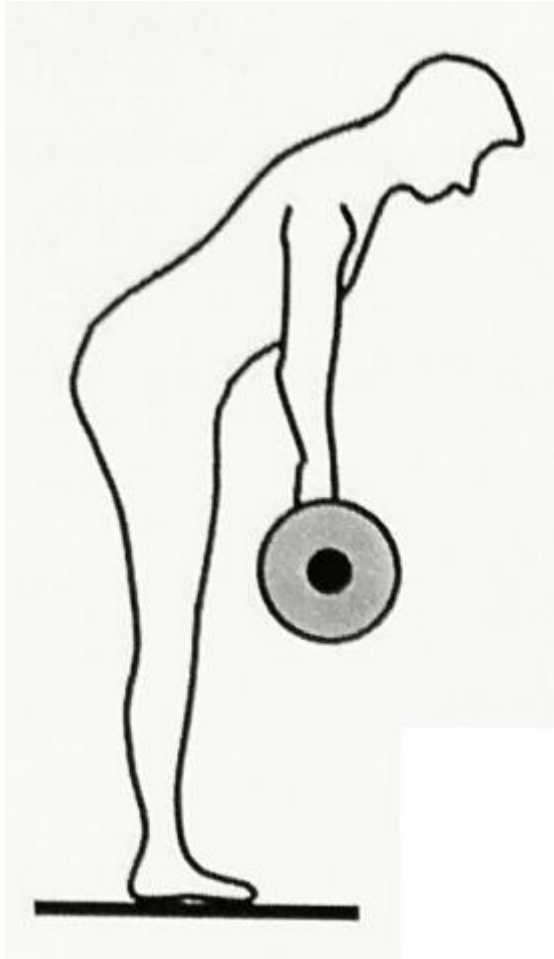


Biomechanical Modeling

M. Irannejad

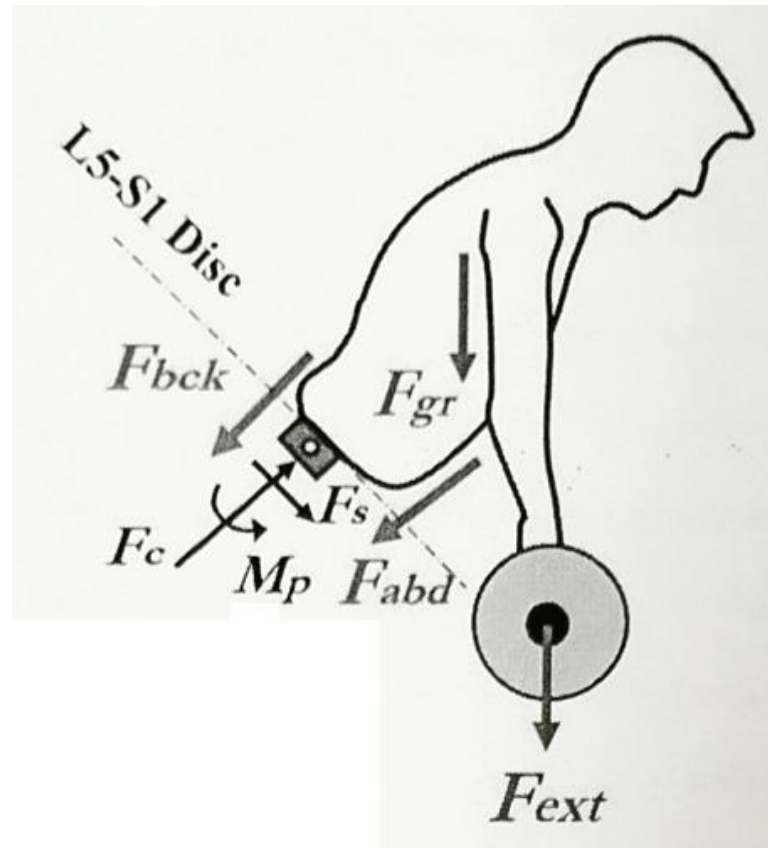
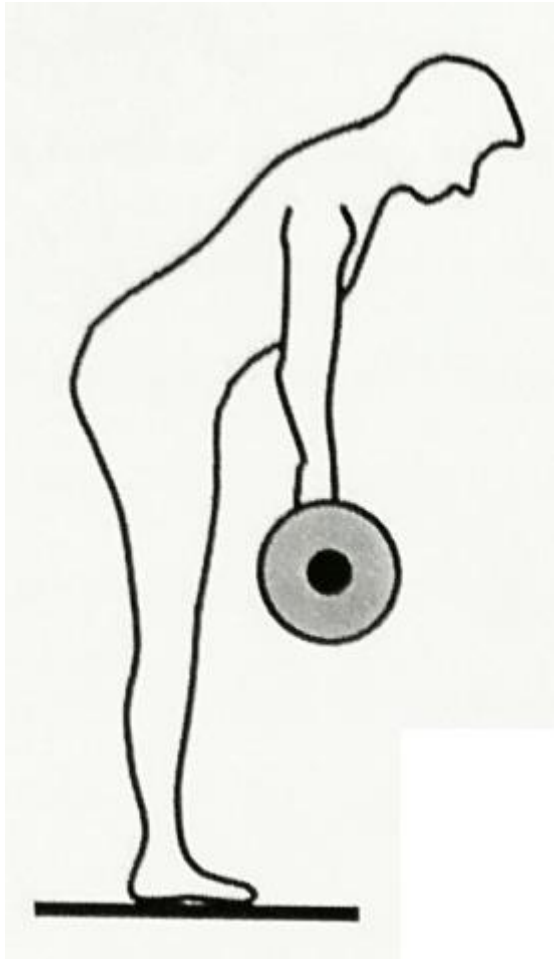
مثال 1

محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها ▶



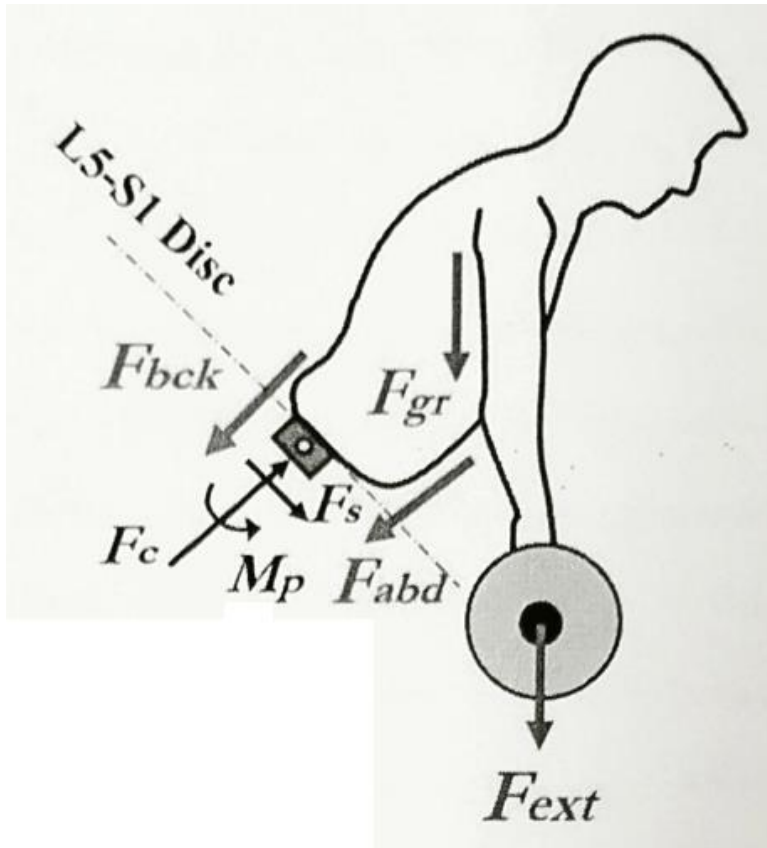
مثال 1

محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها



مثال 1

محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها

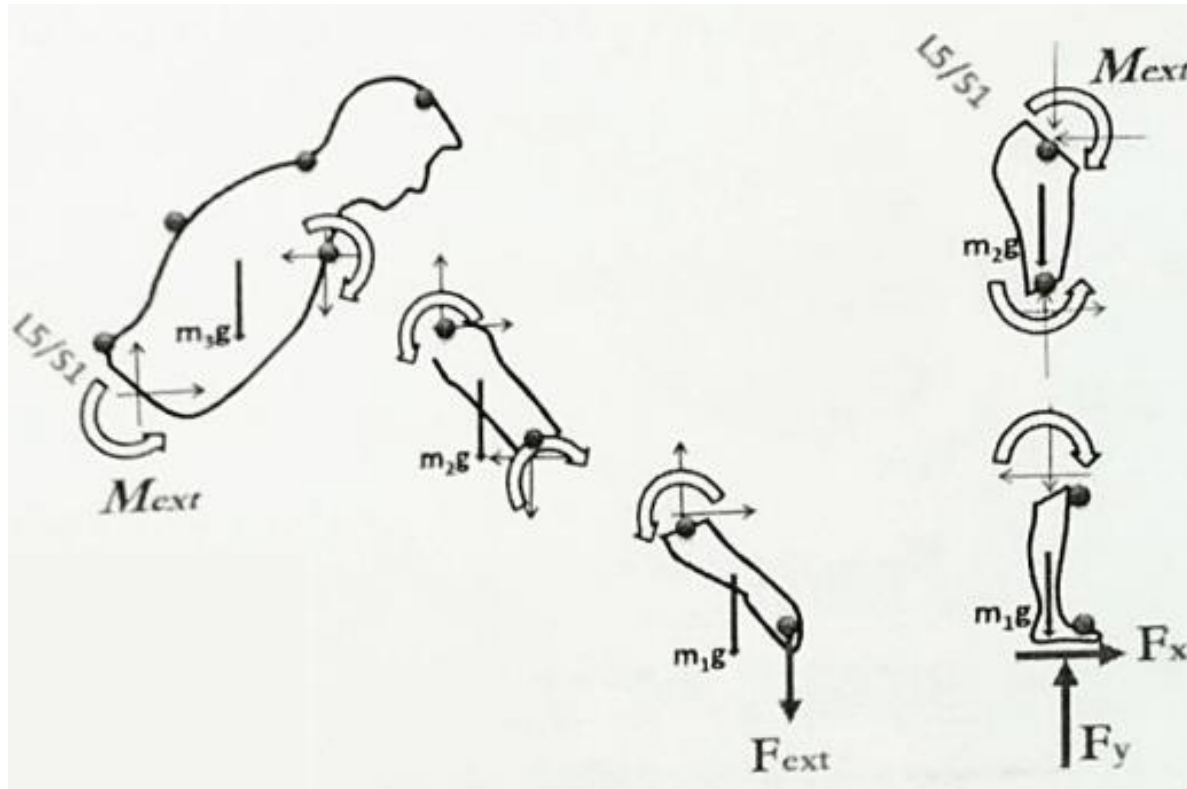


$$r_{gr} \times F_{gr} + r_{ext} \times F_{ext} + \sum r_{abd} \times F_{abd} - \sum r_{bck} \times F_{bck} - M_p = 0$$

$$F_{gr} + F_{ext} + \sum F_{abd} + \sum F_{bck} + F_s + F_c = 0$$

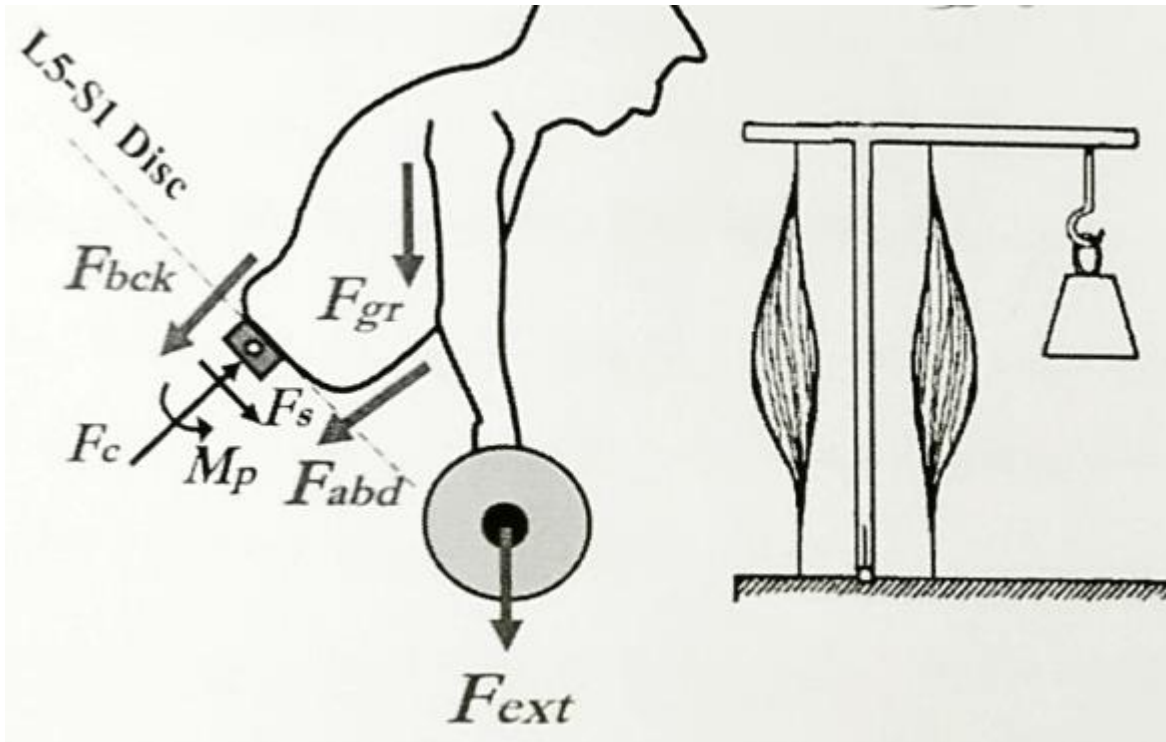
مثال 1

محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها



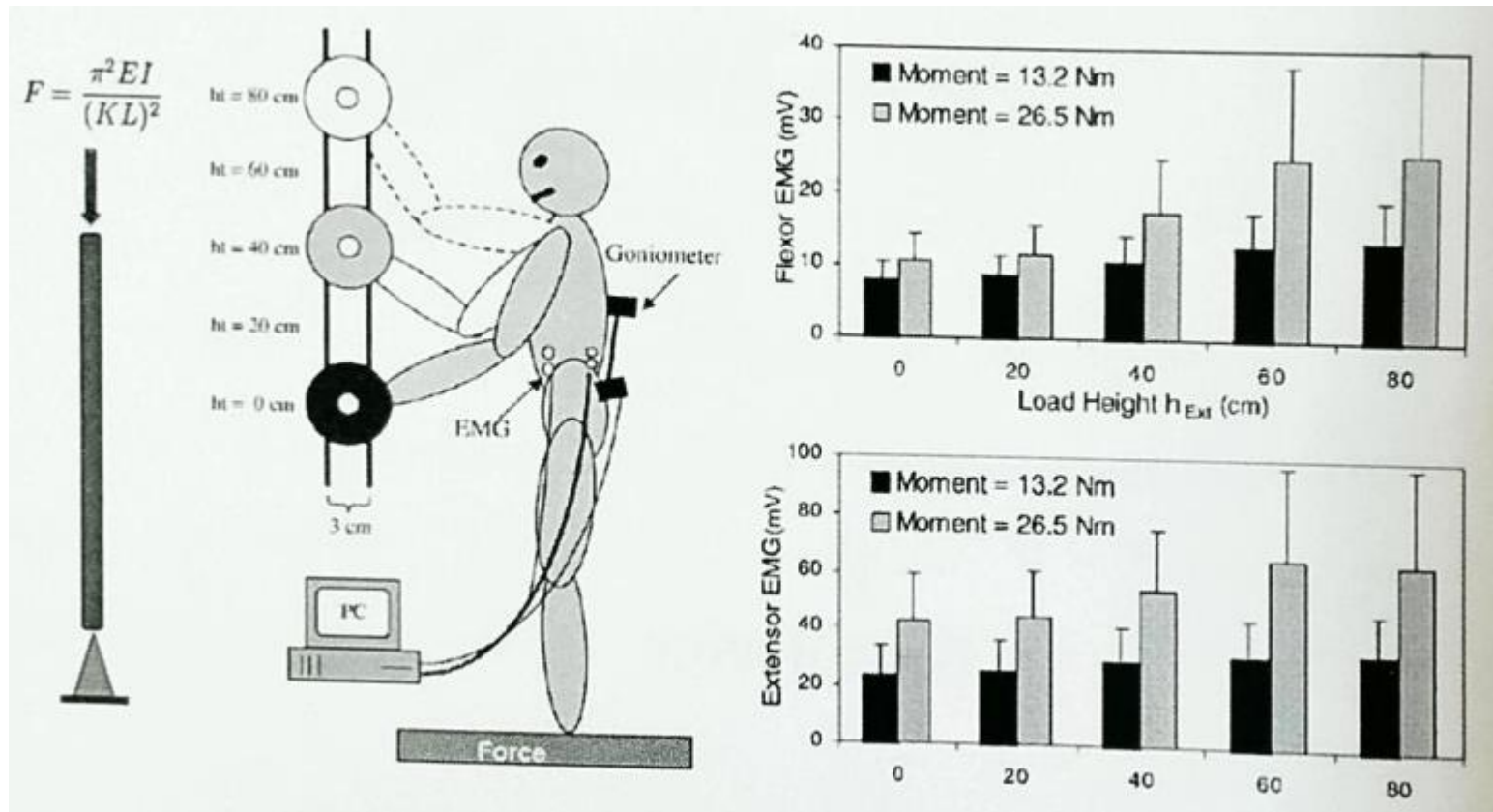
نقش عضلات آگونیست و آنتاگونیست

محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها

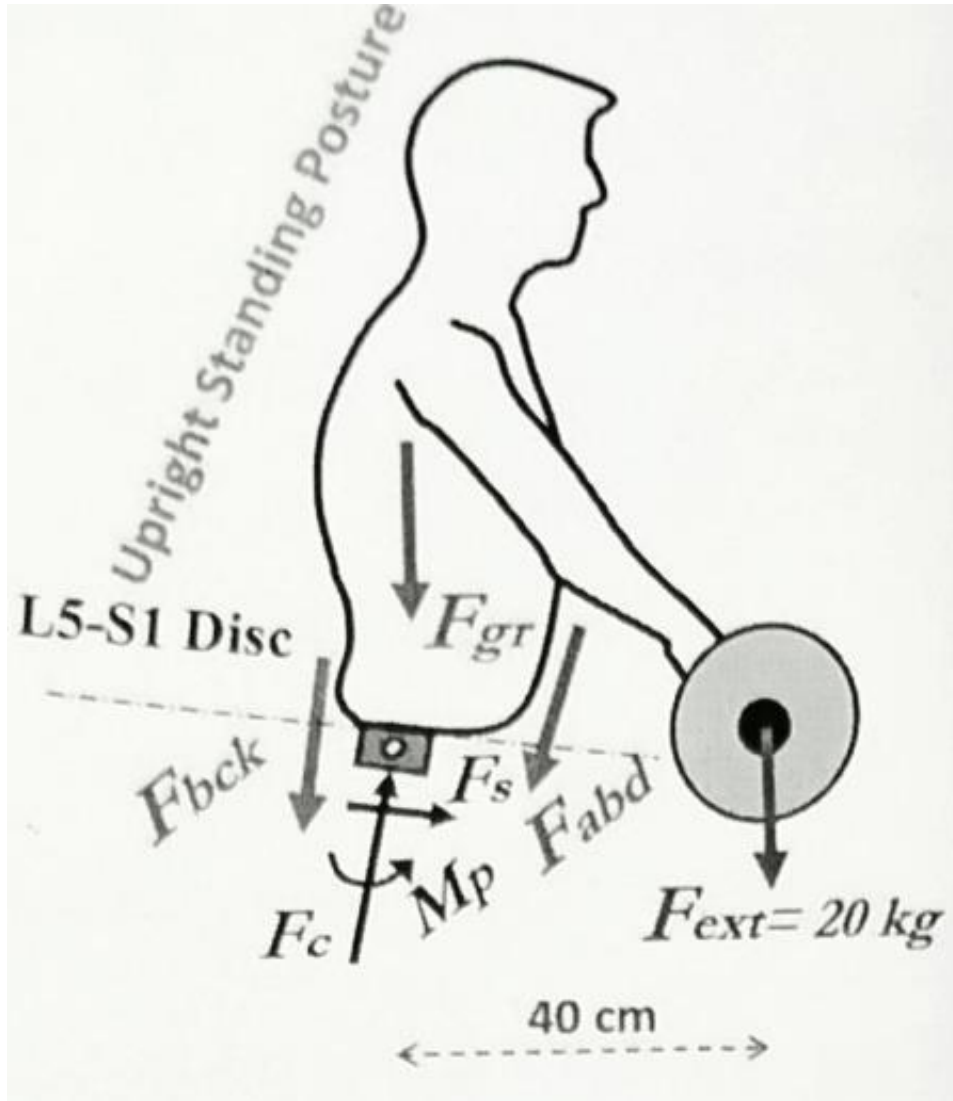


نقش عضلات آگونیست و آنتاگونیست

▶ اثبات نقش عضلات آنتاگونیست در ایداری ستون فقرات



مثال 2

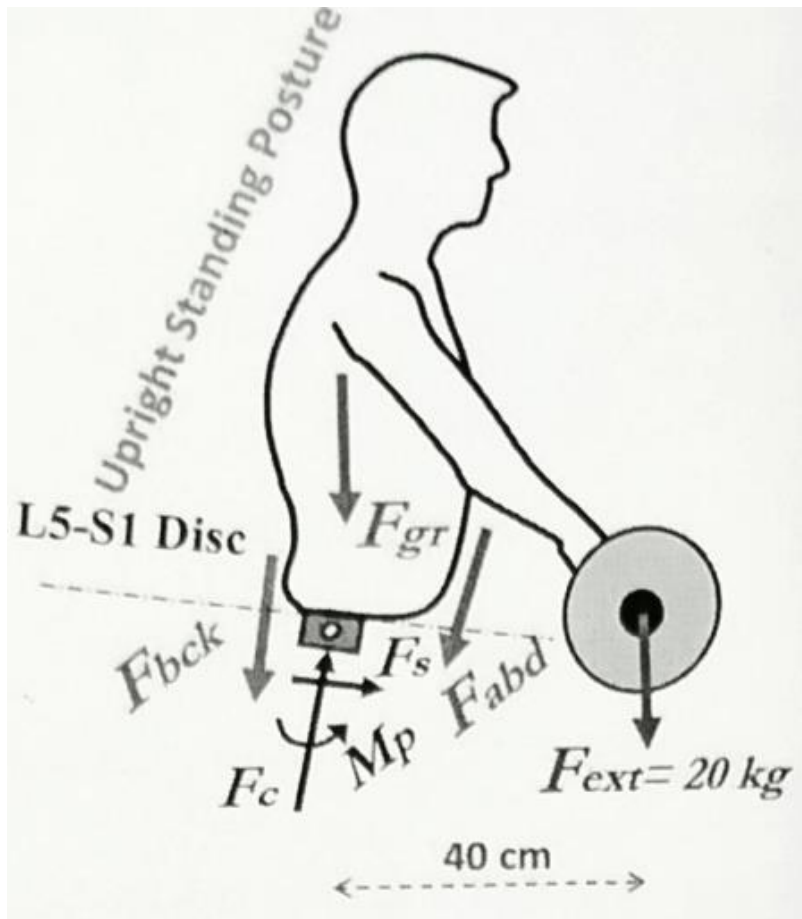


▶ فرد در حالت ایستاده بار خارجی 20 کیلوگرم را در فاصله 40 سانتیمتری از بدن نگه می دارد.

▶ با استفاده از معادلات تعادل، نیروهای فشاری و برشی موجود در دیسک L5-S1 را محاسبه نمایید.

مثال 2

محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها

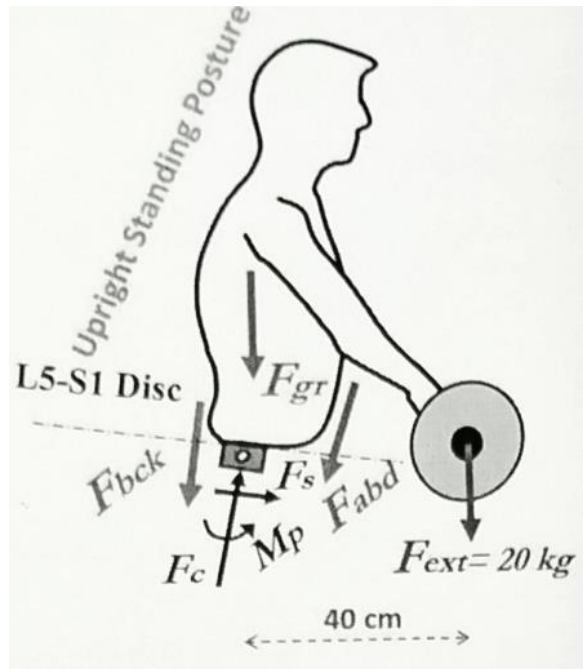


$$r_{gr} \times F_{gr} + r_{ext} \times F_{ext} + \sum r_{abd} \times F_{abd} + \sum r_{bck} \times F_{bck} - M_p = 0$$

$$F_{gr} + F_{ext} + \sum F_{abd} + \sum F_{bck} + F_s + F_c = 0$$

مثال 2

محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها



$$r_{gr} \times F_{gr} + r_{ext} \times F_{ext} + \sum r_{abd} \times F_{abd} + \sum r_{bck} \times F_{bck} - M_p = 0$$

$$F_{gr} + F_{ext} + \sum F_{abd} + \sum F_{bck} + F_s + F_c = 0$$

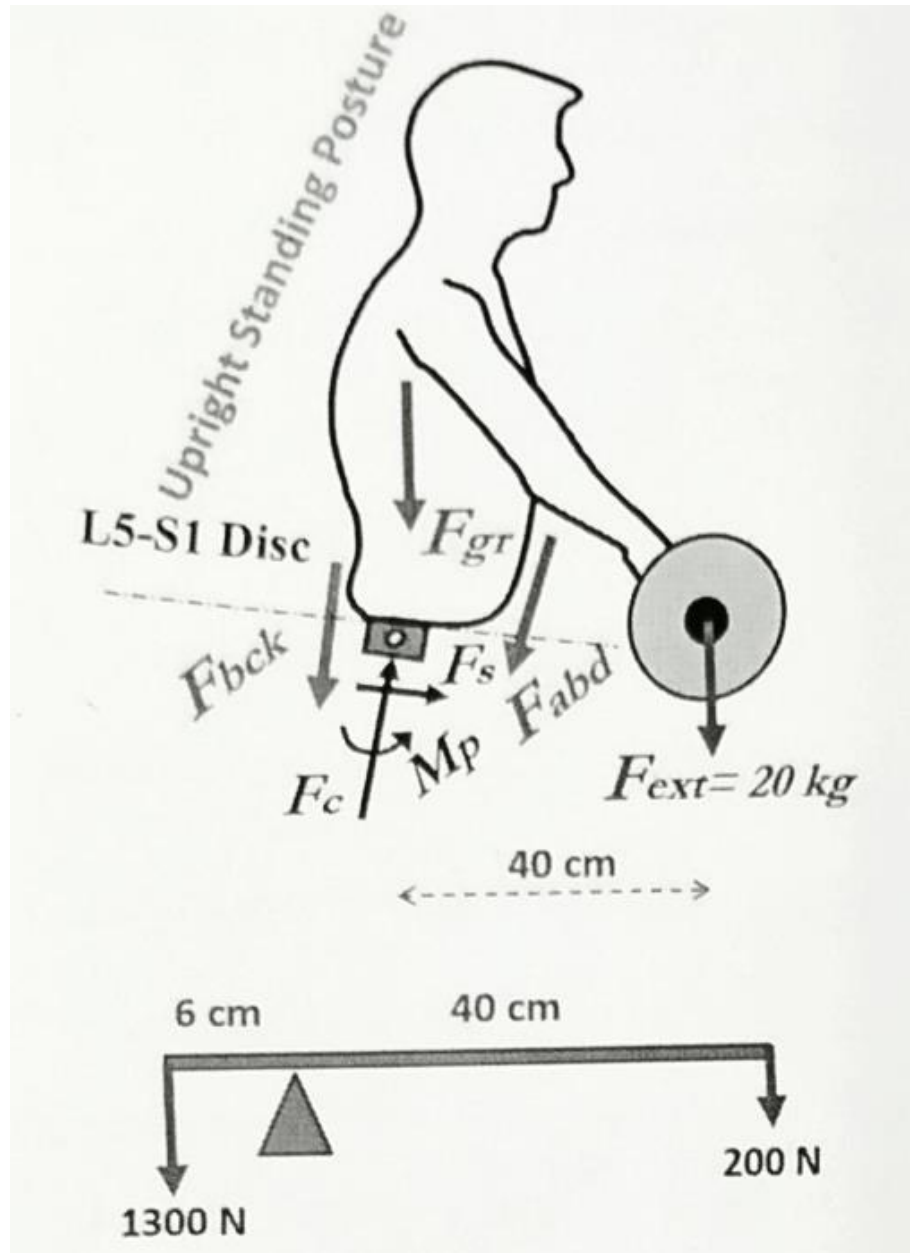
$$r_{gr} \cong 0, F_{abd} \cong 0, M_p \cong 0$$

$$40 \text{ cm} \times 20 \text{ kg} + 6 \text{ cm} \times F_{bck} = 0$$

$$F_{bck} = 1300 \text{ N}$$

مثال 2

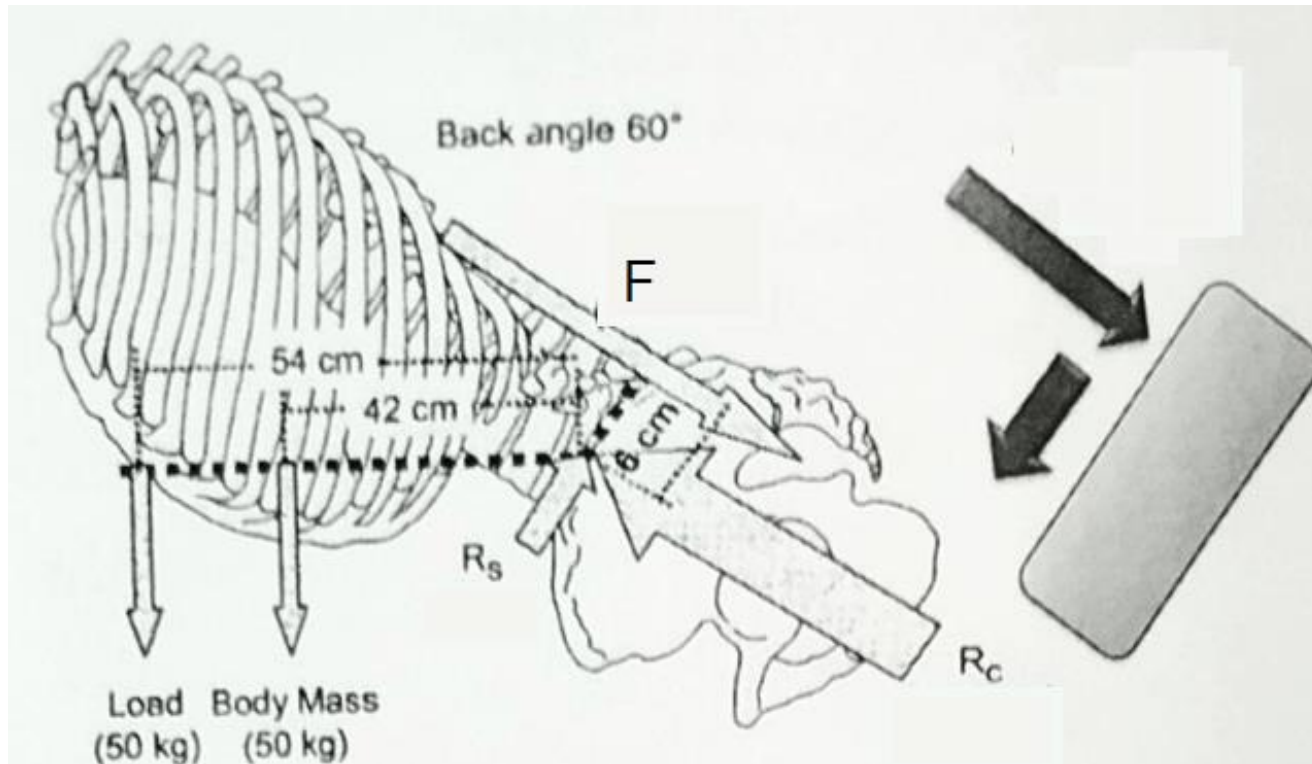
محاسبه نیروها و گشتاورهای مفصلی در ستون مهره‌ها



$$F_c = F_{gr} + F_{ext} + F_{bck}$$

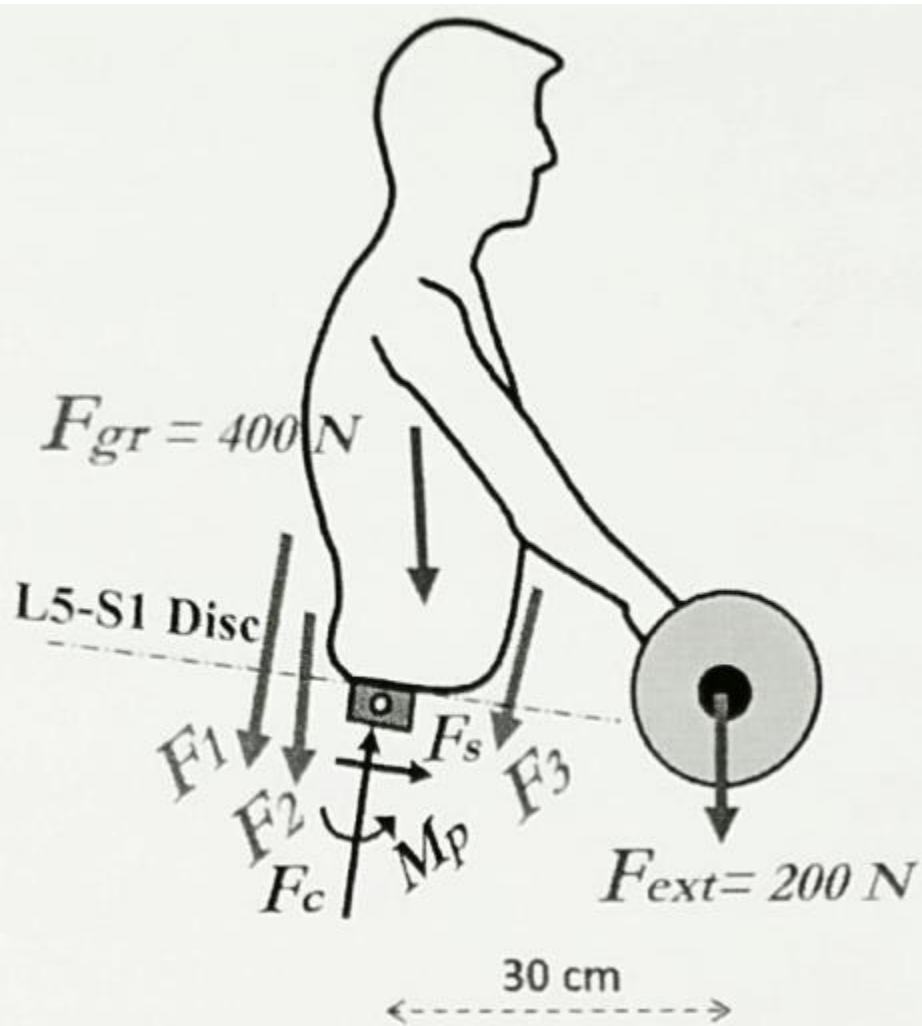
تمرین

نیروهای فشاری و برشی وارد بر ستون مهره های کمری را محاسبه نمایید.



مدلهای بیومکانیکی بر پایه بهینه سازی

فردی در حالت ایستاده وزنه 200 N را در فاصله 30 cm از $L5-S1$ نگه داشته است. با در نظر گرفتن یک مدل بیومکانیکی با دو عضله کمری با بازوی گشتاور 6 cm و 4 cm و یک عضله معادل شکمی با بازوی گشتاور 12 cm ، معادلات تعادل نیروها و ممان‌ها به صورت زیر خواهند بود (به دلیل وجود عضلات چپ و راست نیروی عضلات در ۲ ضرب شده است):



مدلهای بیومکانیکی بر پایه بهینه سازی

فردی در حالت ایستاده وزنه 200 N را در فاصله 30 cm از $L5-S1$ نگه داشته است. با در نظر گرفتن یک مدل بیومکانیکی با دو عضله کمری با بازوی گشتاور 6 cm و 4 cm و یک عضله معادل شکمی با بازوی گشتاور 12 cm ، معادلات تعادل نیروها و ممانها به صورت زیر خواهند بود (به دلیل وجود عضلات چپ و راست نیروی عضلات در ۲ ضرب شده است):

$$r_{gr} * F_{gr} + r_{ext} * F_{ext} + \sum r_{abd} * F_{abd} + \sum r_{bck} * F_{bck} - M_P = 0$$

$$2.5\text{ cm} * 400\text{ N} + 30\text{ cm} * 200\text{ N} - 2 * 6\text{ cm} * F_1 - 2 * 4\text{ cm} * F_2 + 2 * 12\text{ cm} * F_3 = 0$$

$$0.06F_1 + 0.04F_2 - 0.12F_3 - 35\text{ Nm} = 0$$

مدلهای بیومکانیکی بر پایه بهینه سازی

$$0.06F_1 + 0.04F_2 - 0.12F_3 - 35 \text{ Nm} = 0$$

Cost Function: minimize($2 \times F_1 + 2 \times F_2 + 2 \times F_3$)

$$0 \leq F_1, F_2, F_3 \leq 0.6 \text{ MPa} \times \text{PCSA}_i (\text{mm}^2)$$

$$F_1 = 35 \text{ Nm} / (0.06 \text{ m}) = 583.33 \text{ N}$$

$$F_2 = F_3 = 0$$

مدلهای بیومکانیکی بر پایه بهینه سازی

▶ اگر ممان بار خارجی بجای 35 نیوتن متر، 100 نیوتن متر باشد.

$$F_{1,max} = 0.6 \text{ MPa} \times 1900 \text{ mm}^2 = 1140 \text{ N}, \quad M_{1,max} = F_{1,max} \times 0.06 \text{ m} = 68.4 \text{ Nm}$$

$$F_{2,max} = 0.6 \text{ MPa} \times 2200 \text{ mm}^2 = 1320 \text{ N}, \quad M_{2,max} = F_{2,max} \times 0.04 \text{ m} = 52.8 \text{ Nm}$$

$$M_{Total} = 68.4 + 52.8 = 121.2 \text{ Nm}$$

$$F_1 = F_{1,max} = 1140 \text{ N}$$

$$F_2 = 790 \text{ N} < F_{2,max}$$

$$F_3 = 0$$

مدلهای بیومکانیکی بر پایه بهینه سازی الگوریتم ضرایب لاگرانژ

تابع بهینه سازی: مینیمم کردن مجموع مربعات نیروهای عضلات

$$\text{Cost Function: CF: } \text{minimize}(F_1^2 + F_2^2 + F_3^2)$$

$$\text{Constraint Equation: CE: } aF_1 + bF_2 - cF_3 - M = 0$$

$$L = \text{CF} - \lambda \times \text{CE}$$

$$L = (F_1^2 + F_2^2 + F_3^2) - \lambda \times (aF_1 + bF_2 - cF_3 - M)$$

$$\frac{\partial L}{\partial F_1} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial F_2} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial F_3} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

مدلهای بیومکانیکی بر پایه بهینه سازی

► تابع بهینه سازی: مینیمم کردن مجموع مربعات نیروهای عضلات

$$2 \times F_1 - \lambda \times a = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 = \lambda \times a/2$$

$$2 \times F_2 - \lambda \times b = 0 \quad \Rightarrow \quad F_2 = \lambda \times b/2$$

$$2 \times F_3 + \lambda \times c = 0 \quad \Rightarrow \quad F_3 = -\lambda \times c/2$$

$$aF_1 + bF_2 - cF_3 - M = 0$$

مدلهای بیومکانیکی بر پایه بهینه سازی

► تابع بهینه سازی: مینیمم کردن مجموع مربعات نیروهای عضلات

$$F_1 = M \times a / (a^2 + b^2) = 35Nm * 0.06 / (0.04^2 + 0.06^2) = 403 N$$

$$F_2 = M \times b / (a^2 + b^2) = 35Nm * 0.04 / (0.04^2 + 0.06^2) = 269 N$$

$$F_3 = 0 N$$

تمرین

▶ مساله فوق را با استفاده از تابع هزینه مکعب نیروها ، به کمک روش الگوریتم ضرایب لاگرانژ حل نمایید.